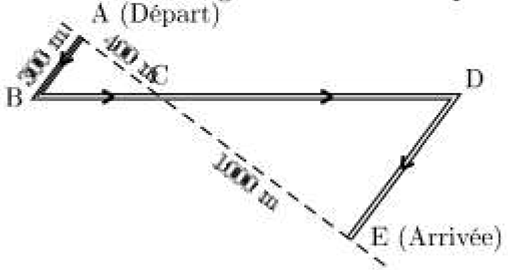
Correction du devoir commun de mathématiques du 4 février 2014

Exercice n°2 :

Des élèves participent à une course à pied.
Avant l'épreuve, un plan a été remis.
Il est représenté par la figure.
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.



Dans le triangle ABC, rectangle en A, d'après la propriété de Pythagore,
$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 300^2 + 400^2 = 90\,000 + 160\,000 = 250\,000$
d'où $BC = \sqrt{250\,000} = \boxed{500\text{ m}}$.
Les droites (AB) et (DE) sont parallèles et les points C, A et E, ainsi que les points C, B et D sont alignés donc d'après la propriété de Thalès, $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{DE}$, c'est à dire $\frac{400}{1\,000} = \frac{500}{CD} = \frac{300}{DE}$.
D'où $CD = \frac{500 \times 1\,000}{400} = \boxed{1\,250\text{ m}}$ et
$DE = \frac{300 \times 1\,000}{400} = \boxed{750\text{ m}}$.
On additionne les longueurs qui composent le parcours :
$300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$
La longueur du parcours est de $\boxed{2\,800\text{ m}}$.

Exercice n°3 :

1. On a $760 = 76 \times 10$ et $1\,045 = 76 \times 13 + 57$

$\boxed{\text{On ne peut pas faire 76 sachets car il restera 57 dragées aux amandes.}}$

2.a On cherche à trouver un diviseur commun à 760 et 1 045. On cherche le nombre maximal, c'est à dire le $PGCD(760; 1\,045)$
On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$1\,045 = 760 \times 1 + 285$$

$$760 = 285 \times 2 + 190$$

$$285 = 190 \times 1 + 95$$

$$190 = 95 \times 2 + 0$$

Donc $PGCD(760; 1\,045) = 95$

$\boxed{\text{Le nombre de sachet maximal à réaliser est 95.}}$

2.b Comme $760 = 95 \times 8$ et $1\,045 = 95 \times 11$

$\boxed{\text{On pourra mettre 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes dans chaque sachet.}}$

Exercice n°4 :

1. $3 \times 4 = 12$ et $12 + 0,25 = 12,25$
$3,5^2 = 12,25$
Ça marche !

2. $7 \times 8 = 56$ et $56 + 0,25 = 56,25$
$7,5^2 = 56,25$
Ça marche encore !

3. $(n+0,5)^2 = n^2 + 2n \times 0,5 + 0,5^2 = n^2 + n + 0,25$
Or $n^2 + n = n(n+1)$
On a bien $(n+0,5)^2 = n(n+1) + 0,25$
Pour $n = 3$, $n+1 = 4$. Pour $n = 7$, $n+1 = 8$ ce qui prouve les résultats des questions 2 et 3

Exercice n°5 :

Partie I

À partir du 2 Janvier 2012, une compagnie aérienne teste un nouveau vol entre Nantes et Toulouse. Ce vol s'effectue chaque jour à bord d'un avion qui peut transporter au maximum 190 passagers.

1. L'avion décolle chaque matin à 9h35 de Nantes et atterrit à 10h30 à Toulouse.

Suite page 3

Calculer la durée du vol.
La durée de vol est de $\boxed{55\text{ minutes}}$.

2. Le tableau suivant donne le nombre de passagers qui ont emprunté ce vol pendant la première semaine de mise en service. L'information concernant le mercredi a été perdue.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	Total
Nombre de passagers	152	143		164	189	157	163	1113

   a. Combien de passagers ont emprunté ce vol le mercredi ?
   $1\,113-(152+143+164+189+157+163)=145$
   $\boxed{145}$ passagers ont emprunté ce vol le mercredi.

   b. En moyenne, combien y avait-il de passagers par jour dans l'avion cette semaine là ?
   $1\,113 \div 7 = 159$
   Il y avait en moyenne $\boxed{159}$ passagers par jour.

3. À partir du mois de Février, on décide d'étudier la fréquentation de ce vol pendant douze semaines. La compagnie utilise une feuille de calcul indiquant le nombre de passagers par jour.
Cette feuille de calcul est donnée en **ANNEXE**.

   a. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule `I2` pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1 ?
   On a saisi `=B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2` ou `=SOMME(B2:H2)`.

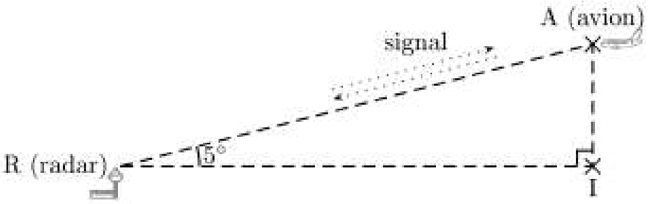
   b. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule `J2` pour obtenir le nombre moyen de passagers par jours au cours de la semaine 1 ?
   On a saisi `=I2/7` ou `=MOYENNE(B2:H2)`.

4. Le nombre moyen de passagers par jour au cours de ces douze semaines est égal à 166. La compagnie s'était fixé comme objectif d'avoir un nombre moyen de passagers supérieur aux 80% de la capacité maximale de l'avion.
L'objectif est-il atteint ?
80% de 190 passagers : $\dfrac{80}{100} \times 190 = 152$
$\boxed{\text{Oui}}$, l'objectif a été atteint.
Remarque : On pouvait aussi calculer le pourcentage de 166 par rapport à 190 : $\dfrac{166}{190} \times 100 \approx 87$.

Partie II

Quand l'avion n'est plus très loin de l'aéroport de Toulouse, le radar de la tour de contrôle émet un signal bref en direction de l'avion. Le signal atteint l'avion et revient au radar 0,0003 secondes après son émission.

1. Sachant que le signal est émis à la vitesse de 300 000 kilomètres par seconde, vérifier qu'à cet instant, l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar de la tour de contrôle.



$d = v \times t = 300\,000 \times 0{,}000\,3 = 90$
Le signal a parcouru 90 km pour l'aller-retour jusqu'à l'avion donc l'avion se trouve à $\boxed{45\text{ km}}$ du radar (la moitié de 90 km).

2. La direction radar-avion fait un angle de 5° avec l'horizontale.
Calculer alors l'altitude de l'avion à cet instant. On arrondira à la centaine de mètres près.
On négligera la hauteur de la tour de contrôle.
Dans le triangle RAI, rectangle en I, $\sin(\widehat{IRA}) = \frac{AI}{AR}$, c'est-à-dire $\sin(5°) = \dfrac{AI}{45}$.
D'où $AI = 45 \times \sin(5°) \approx \boxed{3{,}9}$.
L'altitude de l'avion est alors environ $\boxed{3{,}9\text{ km}}$.

Partie III

1. Quelle distance l'avion aura-t-il parcourue 10 s après avoir touché le sol ?
Il aura parcouru $\boxed{450\text{ m}}$.

2. Expliquer pourquoi au bout de 22 s et au bout de 26 s la distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même.
La distance est la même car $\boxed{\text{l'avion est à l'arrêt}}$.

3. À partir du moment où les roues touchent le sol, combien de temps met l'avion pour s'arrêter.
Il met $\boxed{20\text{ s}}$.

ANNEXE

Problème, Partie I

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche	TOTAL	MOYENNE
2	Semaine 1	157	145	142	159	190	156	161	1110	159
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Problème, Partie III